נוסחאון מתמטיקה – 4 יחידות לימוד

لائحة قوانين في الرياضيّات – 4 وحدات تعليميّة

المنهاج الجديد

الجبر

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \qquad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

المعادلة التربيعيّة: $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$ الجذران: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

المتواليات:

	المتوالية الحسابيّة	المتوالية الهندسيّة
الدستور التراجعيّ:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
الحدّ النونيّ (الحدّ العامّ):	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
المجموع:	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$ مجموع متوالية لانهائيّة مجموعها متقارب: $S = \frac{a_1}{1 - q}$

القوى: $(b \neq 0\ ,\ a \neq 0)$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

التزايد والتضاؤل: الكمّيّة بعد t وحدات زمن: $f(t) = f(0) \cdot q^t$ عندما q هو مُعامِل التزايد / التضاؤل في وحدة زمن t

$q = 1 \pm \frac{p}{100}$ (p – النسبة المئويّة للتزايد / للتضاؤل في وحدة زمن)

اللوغريثمات (حسب اضطرارات مجال التعريف):

$a^{\log_a x} = x$	$\log_a(a^b) = b$	$\log_a x = b$ تُكافئ $a^b = x$
$\log_a x - \log_a y = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$	$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a x$

الهندسة

المَيْل m لمستقيم يمرّ عبر النقطتَيْن (x_1, y_1) وَ (x_2, y_2)، ولا يعامد المحور x : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

معادلة مستقيم مَيْله m ، ويمرّ عبر النقطة (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

إحداثيّاتُ نقطةِ المنتصفِ $M(x_M, y_M)$ لقطعةٍ طرفاها هما $A(x_1, y_1)$ وَ $B(x_2, y_2)$: $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ، $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

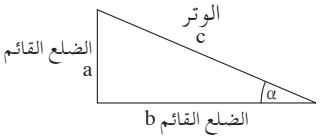
البُعد d بين النقطتَيْن $A(x_1, y_1)$ وَ $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

المستقيمان اللذان مَيْلاهما m_1 وَ m_2 يتعامدان إذا وفقط إذا: $m_1 \cdot m_2 = -1$

معادلة الدائرة التي مركزها (a, b) ونصف قطرها R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

الزاوية الحادّة α التي بين مستقيم من الصيغة $y = mx + b$ والمحور x : $\tan\alpha = |m|$

الدوالّ المثلّثيّة في المثلّث القائم الزاوية:



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$, $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, $\tan\alpha = \frac{a}{b}$

نظريّة فيثاغورس : $a^2 + b^2 = c^2$

متطابقات مثلّثيّة:

$\sin(90^o - \alpha) = \cos\alpha$	$\cos(90^o - \alpha) = \sin\alpha$	$\sin(180^o - \alpha) = \sin\alpha$	$\cos(180^o - \alpha) = -\cos\alpha$

قانون السينوس : $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ (R – نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث)

أشكال في المستوى:

مساحة المثلّث : $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ (α هي الزاوية المحصورة بين الضلعَيْن b وَ c)

مساحة متوازي الأضلاع : $S = a \cdot h$ (h – الارتفاع على الضلع a)

مساحة شبه المنحرف : $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$ (a , b – قاعدتا شبه المنحرف، h – الارتفاع)

مساحة الدائرة : $S = \pi \cdot R^2$ محيط الدائرة : $P = 2\pi \cdot R$ (R – نصف القطر)

الأجسام في الفراغ:

حجم المنشور : $V = B \cdot h$ حجم الهرم : $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – مساحة القاعدة، h – ارتفاع الجسم)

المتّجهات:

في حالة معطى فيها المتّجهان : $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$ وَ $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$:

طول المتّجه : $|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}}$ $|\underline{u}| = \sqrt{(u_1)^2 + (u_2)^2 + (u_3)^2}$

حاصل الضرب السكالاريّ:

$\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$ $\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos\alpha$ (α هي الزاوية بين المتّجهَيْن $\underline{u}$, $\underline{v}$)

الزاوية α بين المتّجهَيْن $\underline{u}$, $\underline{v}$: $\cos\alpha = \frac{\underline{u} \cdot \underline{v}}{|\underline{u}| \cdot |\underline{v}|}$

حساب التفاضل والتكامل

المشتقّات:

$(x^t)' = t \cdot x^{t-1}$ (t حقيقيّ)	$\left(\frac{a}{x}\right)' = -\frac{a}{x^2}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(e^x)' = e^x$	$(\ell nx)' = \frac{1}{x}$
$[(f(x))^t]' = t \cdot [f(x)]^{t-1} \cdot f'(x)$ (t حقيقيّ)	$\left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$	$[\sqrt{f(x)}]' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	$[e^{f(x)}]' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$	$[\ell n(f(x))]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$

مشتقّة حاصل ضرب دالّتَيْن: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

مشتقّة حاصل قسمة دالّتَيْن: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

مشتقّة الدالّة المركَّبة: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ هي مشتقّة u حسب x (مشتقّة داخليّة)

وَ $f'(u)$ هي مشتقّة f حسب u (مشتقّة خارجيّة)

التكاملات $(m \neq 0)$:

$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C$ (t حقيقيّ، $t \neq -1$)	$\int (mx+b)^t dx = \frac{(mx+b)^{t+1}}{m \cdot (t+1)} + C$ (t حقيقيّ، $t \neq -1$)
$\int \frac{a}{x^2} dx = -\frac{a}{x} + C$	$\int \frac{a}{(mx+b)^2} dx = \frac{-a}{m \cdot (mx+b)} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{mx+b} dx = \frac{e^{mx+b}}{m} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ell n\lvert x \rvert + C$	$\int \frac{1}{mx+b} dx = \frac{\ell n\lvert mx+b \rvert}{m} + C$

الاحتمال

الاحتمال المشروط: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

احتمال A وأيضًا B عندما A وَ B هما حدثان مستقلّان: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

الإحصاء

$f_1, f_2, \ldots, f_n$ هي تكرارات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ بالتلاؤم، وَ $N = f_1 + f_2 + \ldots + f_n$.

المعدّل: $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n}{N}$

الانحراف المعياريّ: $S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}}$

مُعامِل التناسب r: $r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot S_y}[(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \ldots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})]$

$r = \frac{1}{N}[(z_x)_1 (z_y)_1 + \ldots + (z_x)_N (z_y)_N]$

المَيْل m لمستقيم الانحدار: $m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ معادلة مستقيم الانحدار: $y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$

الدرجة المعياريّة: $z = \frac{x - \bar{x}}{S}$

التوزيع الطبيعيّ:

$P(z_1 < z < z_2) = P(z < z_2) - P(z < z_1)$	$P(z > z_x) = 1 - P(z < z_x)$	$P(z > z_x) = P(z < -z_x)$

جدول التوزيع الطبيعيّ

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0046	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0135	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0227	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0238	0.0233
-1.8	0.0359	0.0350	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0550	0.0540	0.0530	0.0520	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0670	0.0650	0.0640	0.0630	0.0620	0.0610	0.0590	0.0580	0.0570	0.0560
-1.4	0.0810	0.0790	0.0780	0.0760	0.0750	0.0740	0.0720	0.0710	0.0690	0.0680
-1.3	0.0970	0.0950	0.0930	0.0920	0.0900	0.0890	0.0870	0.0850	0.0840	0.0820
-1.2	0.1150	0.1130	0.1110	0.1090	0.1070	0.1060	0.1040	0.1020	0.1000	0.0980
-1.1	0.1360	0.1340	0.1310	0.1290	0.1270	0.1250	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1590	0.1560	0.1540	0.1520	0.1490	0.1470	0.1450	0.1420	0.1400	0.1380
-0.9	0.1840	0.1810	0.1790	0.1760	0.1740	0.1710	0.1680	0.1660	0.1630	0.1610
-0.8	0.2120	0.2090	0.2060	0.2030	0.2000	0.1980	0.1950	0.1920	0.1890	0.1870
-0.7	0.2420	0.2390	0.2360	0.2330	0.2300	0.2270	0.2240	0.2210	0.2180	0.2150
-0.6	0.2740	0.2710	0.2680	0.2640	0.2610	0.2580	0.2550	0.2510	0.2480	0.2450
-0.5	0.3080	0.3050	0.3010	0.2980	0.2950	0.2910	0.2880	0.2840	0.2810	0.2780
-0.4	0.3450	0.3410	0.3370	0.3340	0.3300	0.3260	0.3230	0.3190	0.3160	0.3120
-0.3	0.3820	0.3780	0.3750	0.3710	0.3670	0.3630	0.3590	0.3560	0.3520	0.3480
-0.2	0.4210	0.4170	0.4130	0.4090	0.4050	0.4010	0.3970	0.3940	0.3900	0.3860
-0.1	0.4600	0.4560	0.4520	0.4480	0.4440	0.4400	0.4360	0.4320	0.4290	0.4250
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4800	0.4760	0.4720	0.4680	0.4640
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5200	0.5240	0.5280	0.5320	0.5360
0.1	0.5400	0.5440	0.5480	0.5520	0.5560	0.5600	0.5640	0.5680	0.5710	0.5750
0.2	0.5790	0.5830	0.5870	0.5910	0.5950	0.5990	0.6030	0.6060	0.6100	0.6140
0.3	0.6180	0.6220	0.6250	0.6290	0.6330	0.6370	0.6410	0.6440	0.6480	0.6520
0.4	0.6550	0.6590	0.6630	0.6660	0.6700	0.6740	0.6770	0.6810	0.6840	0.6880
0.5	0.6920	0.6950	0.6990	0.7020	0.7050	0.7090	0.7120	0.7160	0.7190	0.7220
0.6	0.7260	0.7290	0.7320	0.7360	0.7390	0.7420	0.7450	0.7490	0.7520	0.7550
0.7	0.7580	0.7610	0.7640	0.7670	0.7700	0.7730	0.7760	0.7790	0.7820	0.7850
0.8	0.7880	0.7910	0.7940	0.7970	0.8000	0.8020	0.8050	0.8080	0.8110	0.8130
0.9	0.8160	0.8190	0.8210	0.8240	0.8260	0.8290	0.8320	0.8340	0.8370	0.8390
1.0	0.8410	0.8440	0.8460	0.8480	0.8510	0.8530	0.8550	0.8580	0.8600	0.8620
1.1	0.8640	0.8660	0.8690	0.8710	0.8730	0.8750	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8850	0.8870	0.8890	0.8910	0.8930	0.8940	0.8960	0.8980	0.9000	0.9020
1.3	0.9030	0.9050	0.9070	0.9080	0.9100	0.9110	0.9130	0.9150	0.9160	0.9180
1.4	0.9190	0.9210	0.9220	0.9240	0.9250	0.9260	0.9280	0.9290	0.9310	0.9320
1.5	0.9330	0.9350	0.9360	0.9370	0.9380	0.9390	0.9410	0.9420	0.9430	0.9440
1.6	0.9450	0.9460	0.9470	0.9480	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9650	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9954	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9